Prof. Dr. Alfred Toth

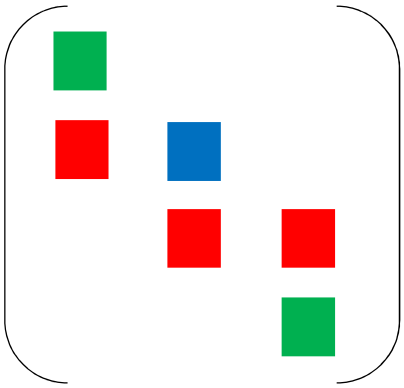
Dualität und Reflexion bei quantitativen und qualitativen Zeichenklassen

1. Benses Einführung der Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) und damit auch der aus ihnen zusammengesetzten Subzeichen und der aus ihnen bestehenden Zeichenklassen ist rein quantitativ. Bense hat das sehr schön nachgewiesen, indem er die Primzeichen nach dem Vorbild der Peanozahlen eingeführt hatte (vgl. Bense 1975, S. 168 ff.).

2. Nun hatten wir in Toth (2018a-c) die Möglichkeiten und Bedingungen aufgezeigt, das Zeichen mit Hilfe von qualitativen, d.h. ortsfunktionalen Zahlen einzuführen (vgl. Toth 2016).

2.1. Darstellung einer Zeichenklasse mit Peanordnung

(3.1, 2.1, 1.3) =



In dieser quantitativen Notation kann auf Grund der kategorietheoretischen Argumentation bei Bense (1979, S. 53 u. 67) die Ordnung einer triadischen Zeichenrelation als einer „Relation über Relationen“ wie folgt dargestellt werden

$Z = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$.

Für die trichotomischen Stellenwerte gilt dann bei der allgemeinen Form einer Zeichenklasse

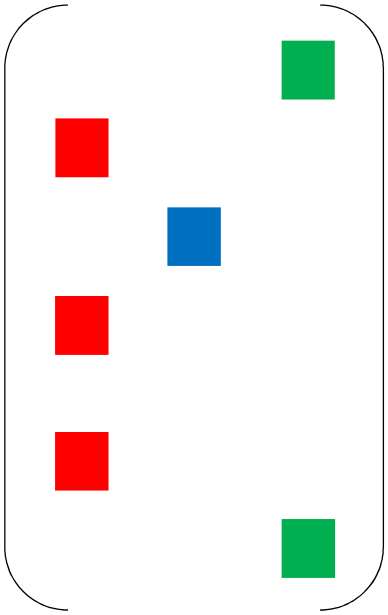
$Zkl = (3.x, 2.y, 3.z)$

die sog. trichotomische Inklusionsordnung

$x \leq y \leq z$.

2.2. Darstellung einer Zeichenklasse ohne Peanoordnung

(3.1, 2.1, 1.3) =



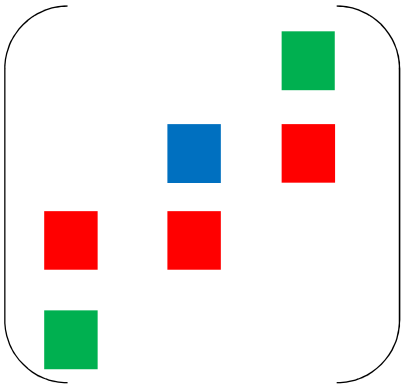
In dieser qualitativen Notation verläuft also die Stufung der Einbettungsgrade der „Relation über Relationen“ rein subjazent, während sie in der Darstellung der Peanoordnung gleichzeitig adjazent und subjazent verläuft. In anderen Worten: Es gilt die kanonische Voraussetzung der Ortsfunktionalität für jede Peanozahl P = f (ω).

3. Dualisieren wir nun die Zkl (3.1, 2.1, 1.3)

×(3.1, 2.1, 1.3) = (3.1, 1.2, 1.3)

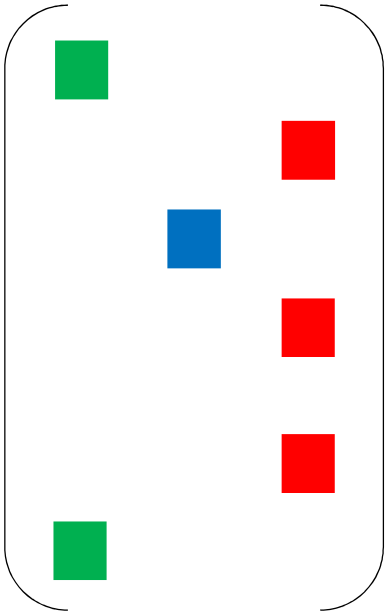
auf quantitative Weise, dann erhalten wir

× (3.1, 2.1, 1.3) =



d.h. es wird nicht nur die Ordnung der Subzeichen, sondern auch die der „Relation über Relationen“ von Z reflektiert. Dualisation koinzidiert somit mit Reflexion.

Dualisieren wir hingegen unsere Zkl auf qualitative Weise, dann erhalten wir

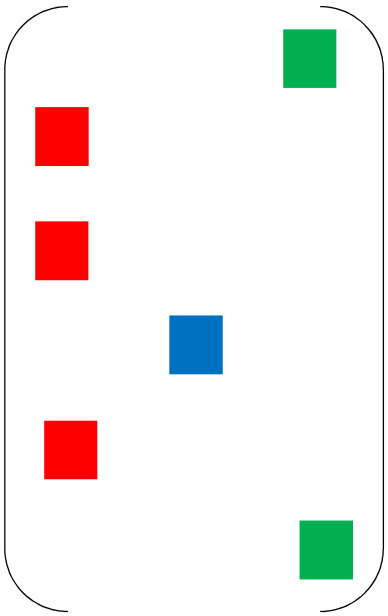
× (3.1, 2.1, 1.3) = 

Da nun zwar die qualitative Darstellung von (3.1, 2.1, 1.3), nicht aber diejenige von ×(3.1, 2.1, 1.3) die definitorische Ortsfunktionalität P = f(ω) erfüllt, fallen hier Reflexion und Dualität nicht zusammen. Anders ausgedrückt:

R(3.1, 2.1, 1.3) ≠ ×(3.1, 2.1, 1.3)

Entsprechend wäre die qualitative Darstellung von (3.1, 1.2, 1.3)

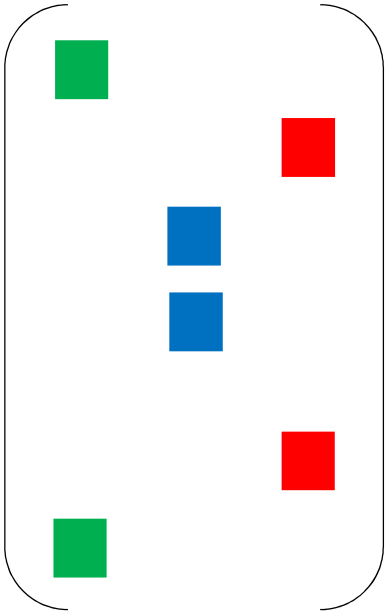
(3.1, 1.2, 1.3) =



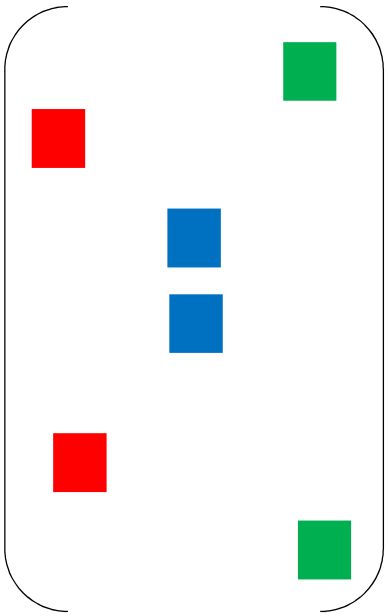
Während also die vorletzte Matrix R(3.1, 2.1, 1.3) zeigt, zeigt die letzte Matrix ×(3.1, 2.1, 1.3).

Von besonderer Bedeutung ist die sich erst mit dem Übergang von der quantitativen zur qualitativen Zeichendefinition einstellende Nicht-Koinzidenz von Reflexion und Dualität, wie bereits in Toth (2018b) angedeutet, für die beiden eigenrealen Zeichenklassen (vgl. Bense 1990). Für die „Eigenrealität" der nur quantitativ dual-invarianten Zeichenklasse bekommen wir

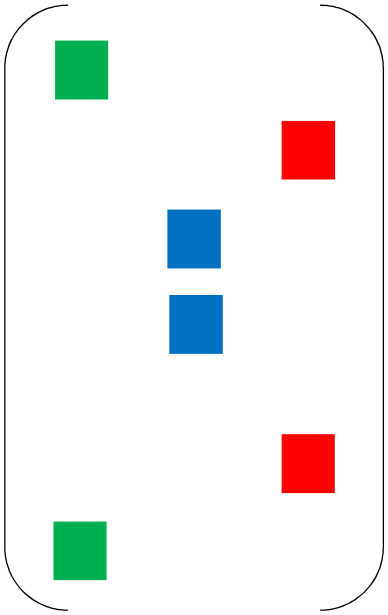
(3.1, 2.2, 1.3) =



R(3.1, 2.2, 1.3) =



×(3.1, 2.2, 1.3) =



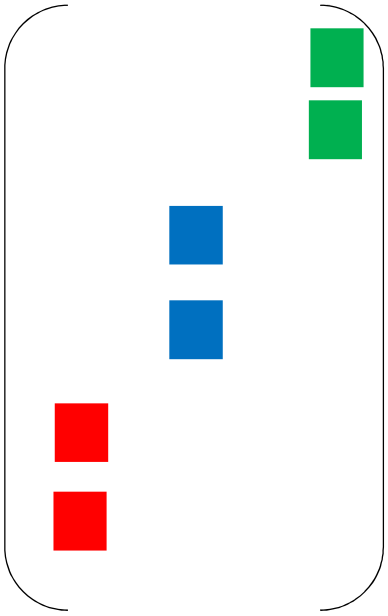
Es gilt somit

RR(3.1, 2.2, 1.3) = ×(3.1, 2.2, 1.3),

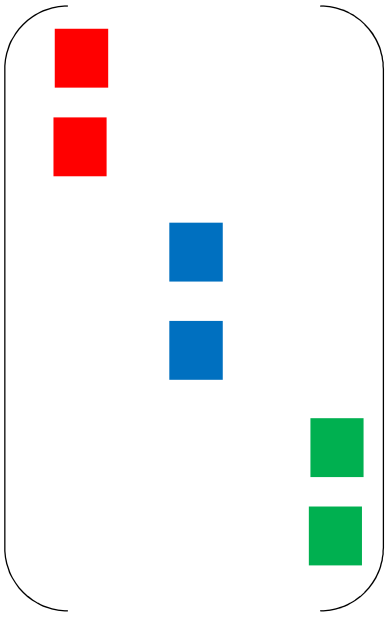
d.h. dieses qualitative Ergebnis widerspricht dem quantitativen Ergebnis Benses, als Modell für die Dualinvarianz der eigenrealen Zkl das Möbiusband heranzuziehen: „Nach jedem Umlauf erreicht man wieder die Ausgangsposition“ (Bense 1992, S. 49).

Da Bense die peircesche Klasse der Genuinen Kategorien (welche die Hauptdiagonale und Diskriminante der Kleinen Matrix bildet, während die eigenreale Zkl deren Nebendiagonale und Determinante bildet) auch als „Eigenrealität schwächerer Repräsentation“ (Bense 1992, S. 40) bezeichnet hatte, wollen wir auch sie abschließend qualitativ darstellen. Wir bekommen sofort

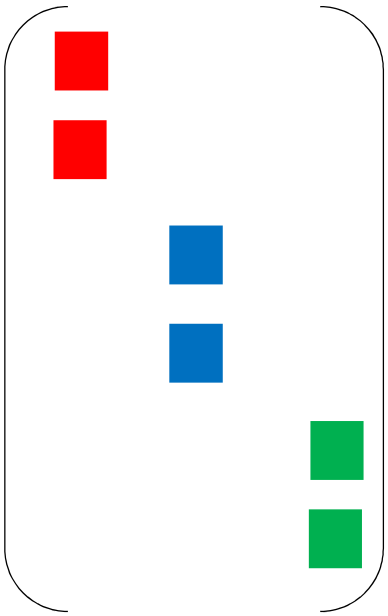
(3.3, 2.2, 1.1) =



R(3.3, 2.2, 1.1) =



×(3.3, 2.2, 1.1) =



Wir erhalten damit für die „stärkere“ Eigenrealität

(3.1, 2.2, 1.3) = ×(3.1, 2.2, 1.3)

und für die „schwächere“ Eigenrealität

(3.3, 2.2, 1.1) = ×(3.3, 2.2, 1.1.),

aber es gilt auch

R(3.1, 2.2, 1.3) ≠ ×(3.1, 2.2, 1.3)

R(3.3, 2.2, 1.1) ≠ ×(3.3, 2.2, 1.1).

Wenn wir also die Ergebnisse kurz zusammenfassen dürfen, dann bekommen wir, daß die beiden eigenrealen Zkln/Rthn nur insofern eine Sonderstellung innerhalb des peirceschen „Zehnersystems“ der Zkln und Rthn einnehmen, als bei Ihnen die Dualisation einer Zkl oder Rth gleich der nichtdualisierten Rth oder Zkl ist. Das Hauptergebnis ist aber das, daß die Genuine Kategorienklasse, die, quantitativ dargestellt, nicht mit ihrer Dualisation zusammenfällt

(3.3, 2.2 1.1) ≠ (1.1, 2.2, 3.3),

in der qualitativen Arithmetik sich genau gleich verhält wie die Eigenrealitätsklasse, bei der für die Dualisation gilt

(3.1, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 1.3).

Benses mathematisch lediglich durch Permutation begründete Strukturähnlichkeit der beiden eigenrealen Zkln (Bense 1992, S. 22) findet also beim Übergang von der Peanoordnung zur Ortsfunktionaliät der Zahl eine unerwartete Bestätigung.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Darstellung des Systems der Theoretischen Semiotik mit Hilfe von qualitativen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018a

Toth, Alfred, Peanoordnung und qualitative Arithmetik der peirceschen Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018b

Toth, Alfred, Das qualitative System der Theoretischen Semiotik und die trichotomische Inklusionsordnung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018b

3.12.2018